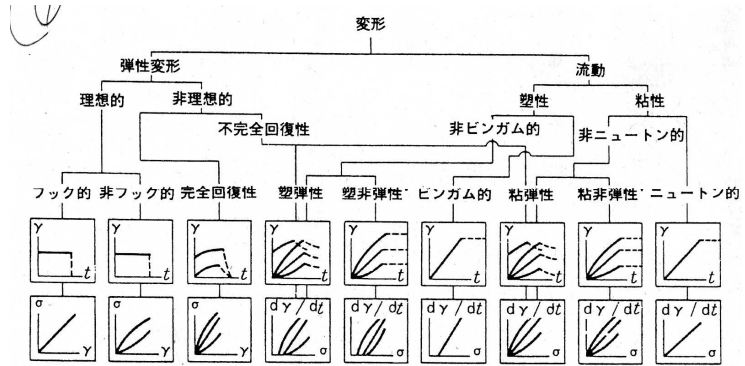


1.

材料のレオロジー的性質を分類した右図について解説しなさい。

(回答例省略)

実在する材料の多くは HN の両方の性質を持つ。



2.

バネとダッシュポットを直列に接続した力学模型 (すなわち、マックスウェル模型) について考察する。 τ, σ は直列模型にかかる歪みと応力、 G はバネ定数、 η はダッシュポットの粘度を示し、 $\tau = \left(\frac{\eta}{G}\right)$ である。

(1) この力学模型を特徴づける式 (このような式を構成方程式という) は、 $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{G} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \cdot \sigma$ と書ける。この式を誘導しなさい。

$$\sigma = G\gamma$$

$$\therefore \frac{d\sigma}{dt} = G \frac{d\gamma}{dt}$$

$$\sigma = \eta \frac{d\gamma}{dt}$$

$$\therefore \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{G} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma$$

(2) 直列模型へ定歪み γ_0 をかけた後、その歪みを保つという実験について考える。(応力緩和と言われる実験である) 「定歪み」を数式で書き表しなさい。

$$\dot{\gamma} = 0$$

(3) (2)の式を用いて(1)の式を解き、 σ を τ の関数であらわしなさい。(途中の説明をわかりやすく書いてください)

$$\frac{1}{G} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma = 0 \quad \therefore \log_e \sigma = \frac{1}{\tau} \times t + C$$

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dt} = -\frac{G}{\eta} = -\frac{1}{\tau} \quad \sigma = \exp\left(-\frac{t}{\tau} + C\right) = C \times e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

$$t = 0, \sigma = G \cdot \gamma \quad C = G \cdot \gamma$$

$$\sigma = G\gamma_0 e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

3.

バネとダッシュポットを並列に接続した力学模型 (すなわち、フォークト模型) について考察する。 γ, σ は並列模型にかかる歪みと応力、 G はバネ定数、 η はダッシュポットの粘度を示し、 $\tau = \frac{\eta}{G}$ である。

(1) この力学模型を特徴づける式は、

$$\sigma = G\gamma + \eta \frac{d\gamma}{dt} \quad \text{と書ける。この式を誘導しなさい。}$$

$$\text{バネ部分の応力、} \sigma = G\gamma \quad \text{ダッシュポット部分の応力} \quad \sigma = \eta \frac{d\gamma}{dt} \quad \text{並列接続なので、} \quad \sigma = G\gamma + \eta \frac{d\gamma}{dt} \quad \circ$$

(2) 並列模型へ定応力 σ_0 をかけた後、その応力を保つという実験について考える。このとき模型の歪みは $\gamma = \frac{\sigma_0}{G} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$ で表される。

この式を誘導せよ。参考： $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ の形の線形微分方程式の一般解は $y = e^{-\int P(x)dx} \left\{ \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + c \right\}$ と書ける。

$$P(x) = \frac{G}{\eta} = c \quad \int P(x)dx = c \cdot x \quad Q(x) = \frac{\sigma_0}{\eta} \quad y = e^{-cx} \times \left(\frac{\sigma_0}{\eta} e^{cx} + c \right)$$

$$\frac{\sigma_0}{\eta} = \frac{G}{\eta} \cdot \gamma + \frac{d\gamma}{dt} \quad Q(x) = P(x')y + y'$$

$$y = e^{-\int p dx} \times \int Q e^{\int p dx} dx + c \quad \therefore \gamma = \frac{\sigma_0}{G} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

4.

バネとダッシュポットを直列に接続した力学模型（すなわち、マクスウェル模型）について考察する。 γ, σ は直列模型にかかる歪みと応力、 G はバネ定数、 η はダッシュポットの粘度を示し、 $\tau = \frac{\eta}{G}$ である。

(1) この力学模型を特徴づける式（このような式を構成方程式という）は、 $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{G} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \cdot \sigma$ と書ける。この式を誘導しなさい。

$$\text{バネ部分の応力} \quad \sigma = G\gamma_1 \quad \frac{dG}{dt} = G \cdot \frac{d\gamma_1}{dt}$$

$$\text{ダッシュポット部分の応力} \quad \sigma = \eta \frac{d\gamma_2}{dt} \quad \gamma_{\text{(全体)}} = \gamma_1 + \gamma_2 \quad \therefore \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma_1}{dt} + \frac{d\gamma_2}{dt} = \frac{1}{G} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma$$

(2) 直列模型へ定歪み γ_0 をかけた後、その歪みを保つという実験について考える。（応力緩和と言われる実験である）「定歪み」を数式で書き表しなさい。

$$\frac{d\gamma}{dt} = 0$$

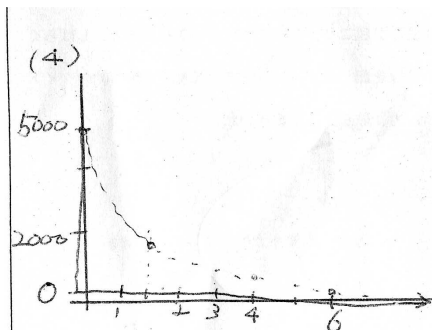
(3) 構成方程式の解は、 $\sigma = G\gamma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ である。軟質塩化ビニルにおいて、 $G = 10^5 \text{ Pa}$, $\tau = 1.5 \text{ s}$ という値を得たとする。この材料に 5% の

定歪みをかけた実験について、 $t = 0, 1.5, 3, 6 \text{ s}$ における応力を計算しなさい。答えは下表へ書き入れて下さい。関数電卓を使って計算する場合は、 $e = 2.72$ にこだわらず指数関数を使って計算してください。計算結果について、小数点以下は四捨五入して表へ書き入れて下さい。

$$G = 10^5 \times \frac{5}{100} \cdot e^{-\frac{t}{1.5}}$$

(4) (3)で得られた数値をもとに $\sigma = G\gamma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ のグラフを作成してください。出来上がったグラフが応力緩和のグラフです。

(3) の回答欄	
t / s	応力 / Nm^{-2}
0	5000
1.5	1838
3	676
6	91



5.

前問のフォークト模型について、 $G = 10^6 \text{ Pa}$, $\tau = 2.5 \text{ s}$ という値を得たとする。この模型へ 30MPa の定応力をかけた実験について、

$t = 0, 1, 2, 5, 3, 4$ 秒における歪みを計算しなさい。単数がでる時は小数第一位を四捨五入し、答えは下表に書き入れてください。

$t=0$	$t=1$	$t=2.5$	$t=3$	$t=4$
0	10	19	21	24

6.

(1) 自由体積とは何か説明しなさい。図説でもよい

(回答省略)

(2) 粘性流動を示す物質について、自由体積が増えると粘度は減少する。この理由を空孔模型をもとにして説明せよ。必要であれば図を示して説明して下さい。

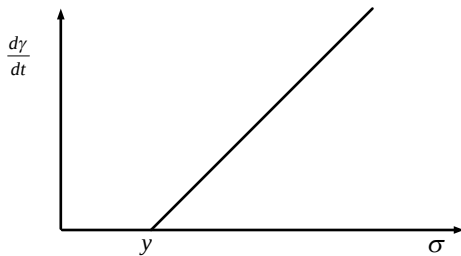
(回答省略)

7.

次に記したのは非ニュートン流動における降伏値の果たす役割を記した文である。

ピンガム流動の流動曲線を書き、その流動曲線に沿ってこの文の内容を説明しなさい。

「降伏値があるということは、その物質が扱いやすいことを示している。たとえば食品の豆腐は降伏値があるから手で持つことができる。気体や水のように降伏値がほとんど無いものは手でつかみようがない。」

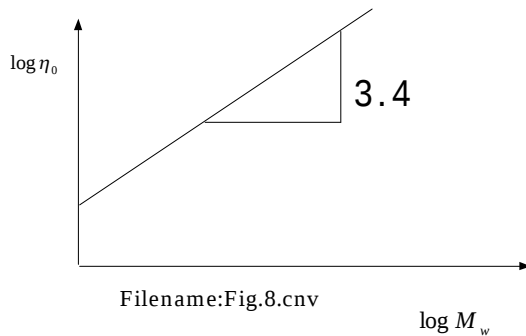


物質が形を保っている。

Filename:Fig.7.cnv

8.

線状高分子の溶解体(融解体)における「粘度の 3.4 乗の法則」が成立している様子をグラフにして図説しなさい。



Filename:Fig.8.cnv

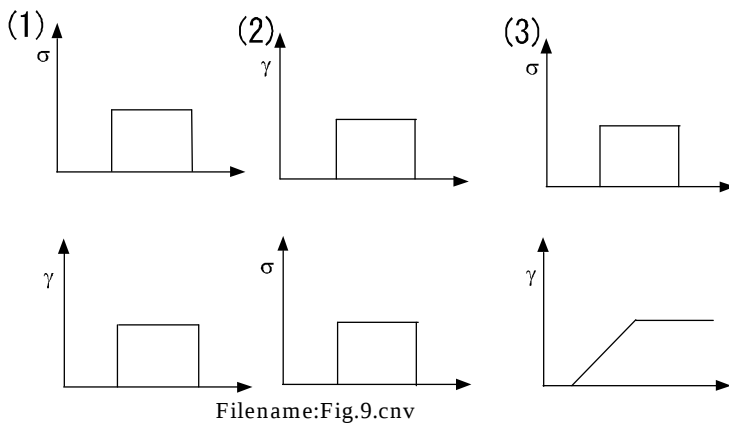
9.

要素が一つから成る力学模型について、さまざまに刺激を与えた場合の力学挙動について考える。

(1) スプリングへ応力刺激を与えた場合の挙動を示しなさい。

(2) スプリングへひずみ刺激を与えた場合の挙動を示しなさい。

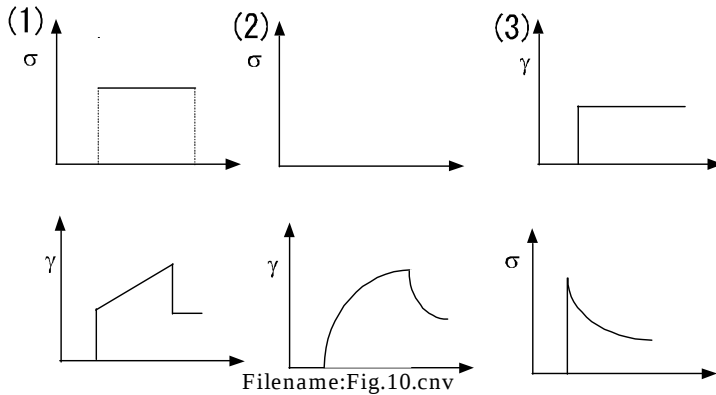
(3) ダッシュポットへ応力刺激を与えた場合の挙動を示しなさい。



10.

要素が二つからなる力学模型について、さまざまに刺激を与えた場合の力学挙動について考える。

- (1) 直列模型へ応力刺激を与えた場合の挙動を示しなさい。
- (2) 並列模型へ応力刺激を与えた場合の挙動を示しなさい。
- (3) 直列模型へ歪み刺激を与えた場合の挙動を示しなさい。



11.

強制振動を表す微分方程式、 $m \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + \eta' \frac{d\gamma}{dt} + G' \gamma = \sigma_0 \cos \omega t$ の解について考える。すなわち、材料の動的粘弾性を調べるため、 $\sigma(t) = \sigma_0 \cos \omega t$ の応力をかけたときに観察できる歪みに関する考察である。ただし、 γ , σ は材料にかかる歪みと応力、 G' は材料の弾性率は η' は粘度、 ω は振動の角速度、 M は測定定数である。(三角関数の合成式を参考にせよ、 $a \cos(\theta) - b \sin(\theta) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta + \alpha)$)

- (1) この微分方程式の解は、 $\gamma(t) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{(G' - m\omega^2)^2 + \omega^2 \eta'^2}} \cos(\omega t - \delta)$ と書ける。ただし $\tan \delta = \frac{\omega \eta'}{G' - m\omega^2}$ 。

このとき $\frac{d\gamma}{dt}$, $\frac{d^2 \gamma}{dt^2}$ を求めなさい。

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{(G' - m\omega^2)^2 + \omega^2 \eta'^2}} \quad \text{とすれば}$$

$$\gamma = \gamma_0 \cos(\omega t - \delta) \quad , \quad \frac{d\gamma}{dt} = -\gamma_0 \omega \sin(\omega t - \delta) \quad , \quad \frac{d^2 \gamma}{dt^2} = -\gamma_0 \omega^2 \cos(\omega t - \delta)$$

$$\therefore m \ddot{\gamma} + \eta' \dot{\gamma} + G' \gamma = -m \gamma_0 \omega^2 \cos(\omega t - \delta) - \eta' \gamma_0 \omega \sin(\omega t - \delta) + G' \gamma_0 \cos(\omega t - \delta)$$

- (2) (1)の解が、題意の微分方程式を満足することを示しなさい。

$$(1) \text{の解より} \quad \therefore m \ddot{\gamma} + \eta' \dot{\gamma} + G' \gamma = \dots \dots \dots = \sigma_0 \cos \omega t \quad .$$

(3) 問題の方程式とその解が意味することを答えなさい。

12.

Haagen-Poiseuille の法則（教科書ではポアズユの法則と記載）の導出について考察する。半径が r の管の中を流れる物質について、平均の流速を v_s 、流量 Q を単位時間あたりに流れる体積であらわす。速度勾配が $(4v_s/r)$ で与えられると考える。管の一部分（長さ L ）に着目して、左端で受ける圧力を p_1 、右端で受ける圧力を p_2 として次の設問に答えてください。

(1) Q を v_s と r の式であらわしなさい。

$$Q = \pi r^2 v_s$$

(2) $\Delta p = p_1 - p_2$ 、管壁におけるズリ応力を σ として、 $\sigma = \frac{(\Delta p)r}{2L}$ を示しなさい。

$$\pi r^2 \times \Delta p = 2\pi r L \times \sigma, \quad \sigma = \frac{\Delta p \cdot r}{2L}$$

(3) 管の流れがニュートン流動になることを仮定し、その粘度を η として、(1)、(2)の関係を使って Haagen-Poiseuille の法則を示す式を導きなさい。

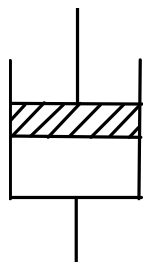
$$\sigma = \eta \cdot \gamma, \quad \eta = \frac{\Delta p r^2}{8v_s L} = \frac{\Delta p r^2 \pi^2}{8v_s \pi 2L} = \frac{\pi^4 \Delta p}{8QL}$$

13.

(1) 実際にみられるダッシュポットの例あるいは、ダッシュポットが使われている例をできるだけ多くあげなさい。

ピストン・シリンダー・エンジン・注射器・リフト・ドアアーム・空気入れ・免震装置・ダンパー・ダンブカー

(2) 力学模型の中で示されるダッシュポットの模式図を示しなさい。



Filename:Fig.13.cnv

14.

平行プレートセルを用いて動的測定を行うときの、試料の変形と歪みの算出について説明しなさい。

$L(t)$ を円周部分の変位とすると、 $\gamma(t) = \frac{L(t)}{d}$ 。 d はプレート間のギャップ。

$$L_0 = \alpha \theta_0, \quad \theta_0 = \frac{r_0 d}{\alpha}, \quad \gamma_0 = \frac{\gamma_0 d}{\alpha}。$$

15.

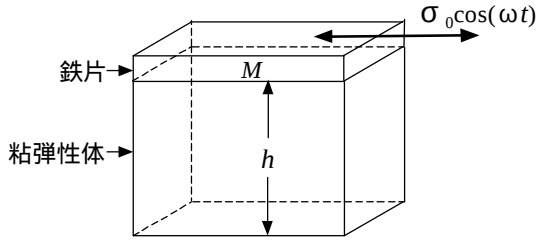
コーンプレート・セルを用いたレオロジー測定では、平行プレートセルによる測定の欠点を補う事ができる。これについて説明せよ。

$$\gamma_1 = \frac{L_1}{d_1} = \theta \frac{a_1}{d_1}, \quad \gamma_2 = \frac{L_2}{d_2} = \theta \frac{a_2}{d_2}, \quad \therefore \gamma_1 = \gamma_2。$$

16.

粘弾性体へ強制振動をかけたときの運動方程式を導く。粘弾性体の断面積を A 、厚みを h としてこれに質量 M の鉄片を密着させ、応力が $\sigma(t) = \sigma_0 \cos(\omega t)$ となるように角速度 ω で鉄片へ周期的な振動をかける。この応力による粘弾性体の変位を x とする

(1) 問題文の様子を図で示し、 $M, \alpha(t), h, A$ を書き入れなさい。



Filename: Fig.16.cnv

(2) ニュートンの第二法則で導かれる力を F_1 として、鉄片が示す F_1 を求めよ。

$$F_1 = M \frac{dx^2}{dt^2}$$

(3) 粘弾性体の粘性抵抗で導かれる力を F_2 として、鉄片が示す F_2 を求めよ。

$$F_2 = \frac{A}{h} \cdot \eta' \frac{dx}{dt}$$

(4) 粘弾性体の弾性で導かれる力を F_3 として、鉄片が示す F_3 を求めよ。

$$F_3 = \frac{A}{h} G \cdot x$$

(5) 粘弾性体へ強制振動をかけたときの運動方程式を書きなさい。

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{A}{h} \cdot \eta' \frac{dx}{dt} + \frac{A}{h} G x = A \sigma_0 \cos \omega t$$

(6) 一般的な、強制振動を示す微分方程式を書いて(5)で書いた式との関係を示しなさい。

$$r = \frac{x}{h} \quad m = \frac{M}{A} h \quad m \frac{d^2 r}{dt^2} + \eta' \frac{dr}{dt} + G r = \sigma_0 \cos \omega t$$

17.

(i は、 $i^2 = -1$ となる数をあらわす。) マックスウェル模型へ、動的な歪み $\gamma(t) = \gamma_0 \times e^{i\omega t}$ をかけたときに、観察できる応力を $\sigma(t) = \sigma_0 \times e^{(i\omega t + \delta)}$ で表すとする。

(1) $\frac{d\gamma}{dt}, \frac{d\sigma}{dt}$ を記しなさい。

$$\frac{d\gamma}{dt} = \gamma_0 \cdot i\omega e^{i\omega t} \quad , \quad \frac{d\sigma}{dt} = \sigma_0 \cdot i\omega e^{(i\omega t + \delta)}$$

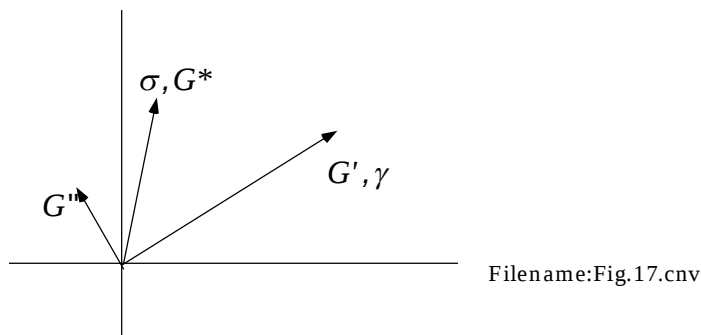
(2) $\frac{d\gamma}{dt}, \frac{d\sigma}{dt}$ をマックスウェルの式に代入し、(応力)=(定数)×(歪み)の形式にしたとき、この表式を記しなさい。

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{G} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma \quad , \quad \gamma_0 i\omega e^{i\omega t} = \frac{1}{G} \sigma_0 i\omega e^{(i\omega t + \delta)} + \frac{\sigma_0}{\eta} e^{(i\omega t + \delta)} \quad , \quad \sigma_0 e^{i\omega t + \delta} = \frac{i\omega \eta}{i\omega \tau + 1} \gamma_0 e^{i\omega t}$$

(3) (2)で示した定数部分を $G^*(\omega)$ と書いて角速度 ω の関数と考える。 $G^*(\omega)$ から貯蔵弾性率 $G'(\omega)$ 、損失弾性率 $G''(\omega)$ を導いて G, ω, τ の関数で書きなさい。導く途中で $G^*(\omega)$ と $G'(\omega)$ 、 $G''(\omega)$ の関係を記すようにして下さい。

$$G^*(\omega) = \frac{i\omega\eta}{1+i\omega\tau} = \frac{i\omega\tau + \omega^2\tau\eta}{1+\omega^2\tau^2} = G' + iG'' \quad , \quad G' = \frac{G\omega^2\tau^2}{1+(\omega\tau)^2} \quad , \quad G'' = \frac{G\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} \quad .$$

(4) x, y 平面へ原点を中心にして円を書き、 $\sigma, \gamma, \omega, \delta, G^*(\omega), G'(\omega), G''(\omega)$ の関係が分かるように模式図を書きなさい。



18.

動的粘弾性測定の際に掛けた歪みを、 $\gamma(t) = \gamma_0 \times e^{i\omega t}$ とあらわすと、観察できる応力は $\sigma(t) = \sigma_0 \times e^{i(\omega t + \delta)}$ となる。粘弾性体の構成方程式を、 $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{G} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \cdot \sigma$ 、 $\tau = \frac{G}{\eta}$ 観察できる複素粘性係数を $\eta^*(\omega)$ 、その実数部分を $\eta'(\omega)$ 、虚数部分を $\eta''(\omega)$ とする。

(1) $\frac{d\gamma}{dt}$ 、 $\frac{d\sigma}{dt}$ を記しなさい。

$$\frac{d\gamma}{dt} = \gamma_0 \cdot i\omega e^{i\omega t}, \quad \frac{d\sigma}{dt} = \sigma_0 \cdot i\omega e^{i(\omega t + \delta)}$$

(2) $\eta^*(\omega), \eta'(\omega), \eta''(\omega)$ の間の関係を記しなさい。

$$\eta^*(\omega) = \eta'(\omega) - i\eta''(\omega)$$

(3) (1)の結果と構成方程式から $\eta^*(\omega)$ を導き、 $\eta'(\omega), \eta''(\omega)$ を η, ω, τ の関数で表しなさい。

$$\gamma_0(i\omega)e^{i\omega t} = \frac{1}{G} \cdot \sigma_0(i\omega)e^{i\omega t} + \frac{1}{\eta} \sigma_0 e^{i\omega t} = \left(\frac{i\omega}{G} + \frac{1}{\eta} \right) \cdot \sigma_0 e^{i\omega t}$$

$$\therefore \sigma_0 e^{i\omega t} = \left(\frac{i\omega\eta + G}{G \cdot \eta} \right)^{-1} \cdot \gamma_0 i\omega e^{i\omega t}$$

$$\therefore \eta = \frac{G \cdot \eta}{i\omega\eta + G} = \frac{G\eta}{G(i\omega\tau + 1)} = \frac{\eta(1 - i\omega\tau)}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$$\eta' = \eta \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} \quad \eta'' = \eta \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

19.

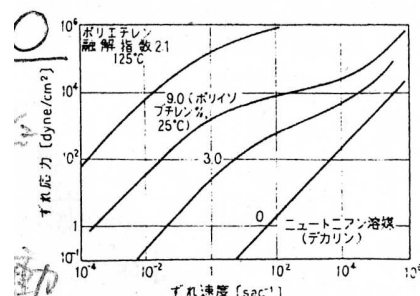
次の図は、デカリン(溶媒)、ポリイソブチレン溶液、ポリエチレン溶融体について流動曲線の例を示したものです。この図の特徴を述べよ。

(1) 応力の範囲 $10^{-1} \sim 10^6$ dyne/cm²

(2) 溶媒のみ...ニュートン流体

(3) ポリマー溶液...非ニュートン流体

(4) ポリマー溶液... D の減少でニュートン流体、 D の増加で非ニュートン流体



20.

ゼロせん断粘度とは何か説明せよ。

$D = 0$ に外挿したときの粘度。

21.

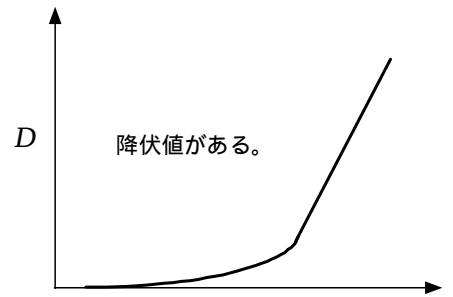
(1)異常粘性流動の一つ、チキソトロピーについてどんな流動かを説明しなさい。

そのままでは固まっている、力をかけると流れる、放置するとまた固まる。

(2)日常生活でチキソトロピーが観察できる例を示しなさい。

食品

(3)流動の特徴をあらわす D - σ 曲線を書いて、どこに特徴があるかを記しなさい。

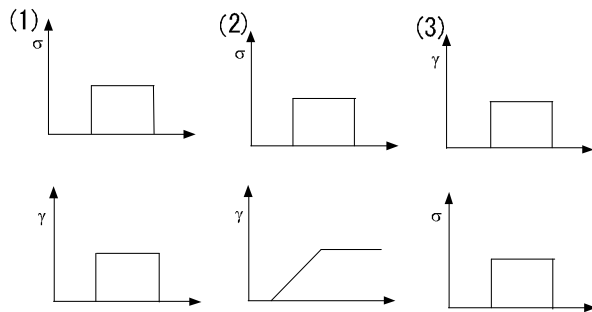


図はピンガム流動の曲線
Filename:Fig.21.cnv

22.

下の(1)-(3)の力学モデルの動きを示した模式図である。(例文)は(1)が答えになるようにした問題文である。これにならって(2),(3)の各図が答えになるような問題文を作れ。

(例文) 要素が一つから成る力学模型についてスプリングへ応力刺激を与えた時の挙動を示しなさい。



Filename:Fig.22.cnv

(2) 要素が一つから成る力学模型についてダッシュポットへ応力刺激を与えた時の挙動を示しなさい。

(3) 要素が一つから成る力学模型についてスプリングへ歪み刺激を与えた時の挙動を示しなさい。

23.

(1) 1P の定義を書きなさい。

(2) $1\text{mPa s} = 1\text{cP}$ を示しなさい。計算の過程がわかるように記述して下さい。

(3) $10[\text{dyne s/cm}^2] = 1\text{Pa s}$

(1) 1dyne/cm の応力をかけて、 1s^{-1} 歪み速度で流れるときの粘度が、1P である。

(2), (3) 省略。

24.

蛇口をひねって水道から水を出すことを考える。水道の中の流れを、 $d\gamma/dt$ で表す。

(1) $d\gamma/dt$ のことをなんと呼ぶか？いろいろな呼び方があるので、それらを出来るだけ多く記せ。

(2) $d\gamma/dt$ が大きいこと、および $d\gamma/dt$ が小さいことについて、平易な言葉で説明して下さい。

(1) 歪み速度、せん断速度、速度勾配

(2) $d\gamma/dt$ が大きいなら水の勢いが強い、 $d\gamma/dt$ が小さいなら水の勢いが弱い。

25.

低分子の液体が示す、凍結 - 融解 と高分子が示す ガラス転移 - 溶融 との違いを説明して下さい。必要に応じて図説することを奨励する。

26.

引張試験したところ、はじめに弾性変形が起こり、ついで降伏点が現れたあと、しばらく伸びつづけ最後に破断した。

- (1) 上分の説明から考えられる応力 - 歪み曲線を記しなさい。グラフのX軸, Y軸に軸のタイトルを入れることを忘れないように。
- (2) グラフ中に降伏応力、降伏歪み、破断応力、破断歪みを書きいれよ。

(1)

