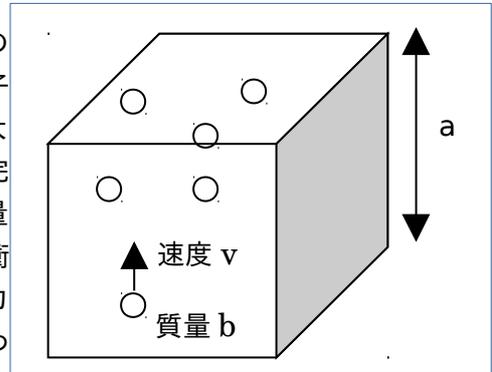


2015 年度 移動現象論（拡散分野） 期末試験（50 点満点） 問 1 から問 4 までである。

問 1 (20 点)

次の【1】、【2】、・・・、【16】に入る適切な語句を回答欄に記入せよ。ただし、変数 Q の平均値を $\langle Q \rangle$ と記す。

簡単な気体分子運動論により拡散現象を取り扱う。一辺の長さが a である立方体の箱の中に、質量が b である気体分子が c 個存在すると仮定し、各気体分子の並進運動の速度の大きさを v と記す。気体分子 1 個が箱の壁面に垂直に 1 回、完全弾性衝突すると、その前後におけるその気体分子の運動量の変化の大きさは【1】と表すことができ、これは 1 回の衝突の際に壁に与えられる【2】の大きさに等しい。もしも力の大きさ (F) が一定の場合、【2】は F と【3】との積で表わされる。気体分子が壁に与える【2】が、壁に外向きに加え



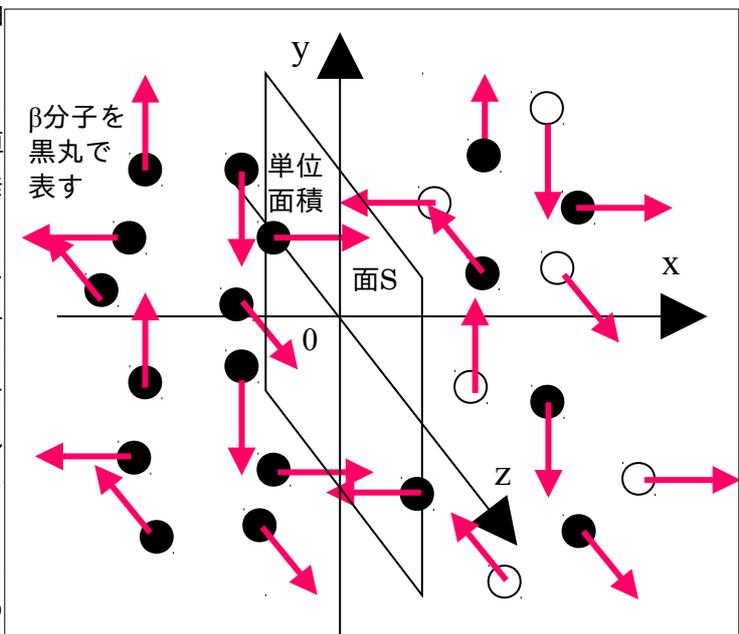
られる力 F_w の原因である。立方体の内側の壁全体についての F_w の大きさの合計は、立方体中の気体の【4】と立方体の内側の壁の全面積の積に等しい。従って、立方体中の気体が理想気体だと仮定し、アボガドロ数を N_A 、気体定数を R 、立方体中の気体の絶対温度を T とすると、 b 、 N_A 、 R 、 T を使って、気体分子の速度の大きさ (v) の二乗の平均値 $\langle v^2 \rangle = 3 \times$ 【5】と表すことができる。 $\langle v^2 \rangle$ と $\langle v \rangle$ の二乗との違いを考慮すると、係数だけが異なり $\langle v \rangle = (8 \times$ 【5】 $/ \pi)^{1/2}$ と表わされる。

気体分子が、ある分子に衝突してから次に別の分子に衝突するまでに移動する距離の平均値は、【6】と呼ばれる。この値を m と記す。2 つの気体分子が衝突する瞬間には、それら 2 分子の中心間の距離は【7】と等しい。その値を d と記す。まず、1 個の気体分子（これを α 分子と記す）に注目し、それ以外の分子は止まっていると仮定する。 α 分子が 1 秒間移動する際に衝突する可能性のある分子の中心は、体積が【8】である空間の中に存在するはずである。その空間の中に平均的に存在する気体分子の個数は、【8】と【9】の積で表され、この値は 1 秒間に α 分子が衝突する回数に等しい。【9】を w と記すことにすると、 $m =$ 【10】と表されるが、これは他の分子が止まっている場合である。他の分子が動いていることを考慮すると、係数だけが異なり、 $m =$ 【10】 $/ 2^{1/2}$ となる。

以上を考慮し複数の種類の分子が混在した気体中での拡散現象を取り扱う。簡単のため、理想気体であり、それらの分子の b と d は分子の種類によらず同一であるとする。ある一種類の気体分子

（これを β 分子とする）の【9】が x 軸方向に変化している場合を考える。

【9】の単位を個/ m^3 とする。【9】は x の関数であるので、 x の位置での w の値を $w(x)$ と記すことにする。 x 軸方向に垂直な単位面積 ($1m^2$) を単位時間 ($1s$) の間に、 x が増加する方向 ($+x$ 方向) に通過する β 分子の数を求める。考える単位面積を面 S と記し、その x 座標を 0 とする。 $x < 0$ に存在する β 分子は様々な方向に運動しているが、簡単のため、それらのうち $1/6$ だけは $+x$ 方向に運動していると仮定する。そのような β 分子は面 S に向かって平均速度 $\langle v \rangle$ で運動していると考えられるので、 $x < 0$ にある β 分子の



うち、時間 Δt の間に面 S を通過する分子の数は【11】と書ける。

ただし、【9】は x によって変化するので、 x の値が必要である。面 S に到達するまでに他の分子に衝突すると向きが変わり、面 S に到達しないかもしれない。そこで、衝突するまでに面 S に到達するような分子は、平均的に面 S よりも手前に【12】だけの位置で他の気体分子に衝突して向きを変えて $+x$ 方向に向かって運動し始めたと考える。一方、 $x > 0$ に存在する β 分子についても同様に、そのうち $1/6$ だけは $-x$ 方向に運動していると考えられる。以上より、 x 軸方向に垂直な単位面積を単位時間あたりに $+x$ 方向に通過する正味の β 分子の数 J (単位は $\text{個} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) は、【13】の x による偏微分を使って【14】と書ける。つまり β 分子の全体的な移動は【13】の x 方向の差が原因で生じるということである。以上より、拡散係数 D は【15】と表せるが、これは厳密な値ではない。実際の気体や液体については、Fick の法則が成り立つ。それは、 $J =$ 【16】と書ける。

問 2 (15 点)

ある平板の表面 1m^2 あたり 54g の水が溜まっている。水分子を含む気体を平板の表面に吹きつけ、水を蒸発させる。「熱移動は十分なので温度はどこでも 20°C だと近似でき、境膜内部は層流状態であり、境膜内部の対流拡散の影響が無視できる」と見掛け上は考えても良いとする。水分子の濃度が $0.56\text{mol}/\text{m}^3$ である気体を吹きつけて水を蒸発させたところ、完全に蒸発するのに必要な時間が 240 秒だった。その場合と同様の条件で、水分子の濃度が $0.36\text{mol}/\text{m}^3$ である気体を吹きつけて、流動状況を変えて水を蒸発させたところ、境膜の厚さが 3 倍になった。この場合に水が完全に蒸発するのに必要な時間を求めよ。気体中の 20°C での水分子の拡散係数は $2.6 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$ 、水の飽和蒸気圧は 2338Pa 、水の分子量は 18 (g/mol)、気体定数は 8.314 ($\text{J}/\text{mol}\cdot\text{K}$)、アボガドロ数は 6.022×10^{23} ($\text{個}/\text{mol}$) で、摂氏 0°C は 273K であるとせよ。気体は理想気体であると近似せよ。

問 3 (10 点)

エネルギーの移動 (伝熱) に関する Fourier の法則と、運動量の移動 (粘性) に関する Newton の法則を、式で表わして説明せよ。ただし、式の中で、問題用紙に記されていない変数を用いる場合には、その変数の意味を記せ。意味の記されていない変数を使って式を記しても点数は与えない。

問 4 (5 点)

熱伝導率 k 、粘度 μ 、密度 ρ 、比熱 C_p 、温度 T の流体が流速 u で一様に流れている中に、直径 D_0 、温度 T_0 の球を置いた場合、球から流体への熱流束 $[J/s]$ は $hA(T_0 - T)$ と表される。

ここで、 A は球の表面積 $[\text{m}^2]$ である。このとき、(1)~(3)の関係が近似的に成り立つ。

$$h D_0 / k = 2.0 + 0.60 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3} \quad \dots (1), \quad \text{Re} = D_0 u \rho / \mu \quad \dots (2), \quad \text{Pr} = \mu C_p / k \quad \dots (3)$$

(1)式の左辺はヌッセルト数と呼ばれ、対流の影響も含めた全体の伝熱流束を静止流体中での伝熱流束で割った値である。この球を構成する物質が、流体中に溶解できる場合、その物質が球から流体へ拡散(溶出)する流束 $[\text{mol}/\text{s}]$ は $k_{cm}A(C_0 - C)$ で表される。ただし、 C_0 は溶解している物質の球表面でのモル濃度 $[\text{mol}/\text{m}^3]$ であり、 C は溶解している物質の流体本体中でのモル濃度(球の物質が溶出する前のモル濃度)である。球から溶解している物質の流体中の拡散係数を D とするとき、アナロジーを利用して、無次元数 $k_{cm}D_0/D$ を表す式を記せ。ちなみに、この $k_{cm}D_0/D$ は対流も含めた全体の拡散流束を静止流体での拡散流束で割った値である。

移動現象論(拡散分野)2015年度期末試験解答用紙

学籍番号

氏名

問 1

【1】	【2】
【3】	【4】
【5】	【6】
【7】	【8】
【9】	【10】
【11】	【12】
【13】	【14】
【15】	【16】

問 2 (答えを導出するための考え方も記しなさい。答えの数値のみを記しても殆ど点はありません。)

(裏面へ続きます。)

(必要なら問2の解答の続きを書いてください。)

問2の答え _____ 秒

問3

エネルギーの移動（伝熱）に関する Fourier の法則の説明：

運動量の移動（粘性）に関する Newton の法則の説明：

問4

(答えのみを記しても良いです。答えを導出するための考え方も記しても良いです。たとえ答えが間違っている場合でも、答えを導出するための考え方の一部が正しければ加点します。ただし、答えが正しくても、答えを導出するための考え方に誤りがあれば、減点します。)