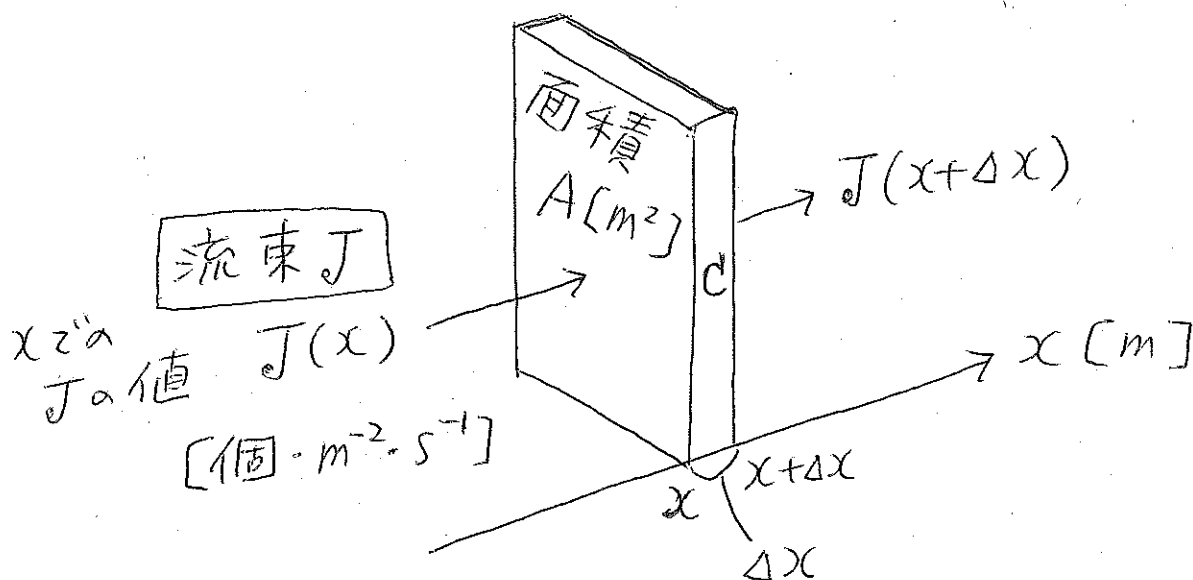


濃度 (数密度) の時間経過による変化

c c t

簡単のため、 c が x 方向にだけ変化している場合を考える。

$c = c(x)$: x の位置での c の値



薄い (厚 $\pm \Delta x$ の) 部分の中の物質収支

殻
から

Shell

balance

時間 t が $t \rightarrow t + \Delta t$ に変化すると

c が $c \rightarrow c + \Delta c$ に変化

Shell 内の分子数の増加は

$$\underbrace{A \Delta x}_{\text{体積}} \times \underbrace{\Delta c}_{\text{数密度増加}} = \underbrace{J(x) A \Delta t}_{\text{入ってくる}} - \underbrace{J(x + \Delta x) A \Delta t}_{\text{出ていく}}$$

両辺を $A \Delta x \Delta t$ で割って、 $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta t \rightarrow 0$ の極限をとると

$$\lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{\Delta c}{\Delta t} = - \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{J(x+\Delta x) - J(x)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial J}{\partial x} \stackrel{\text{Fickの法則}}{=} - \frac{\partial (-D \frac{\partial c}{\partial x})}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

つまり、 $\boxed{\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}}$

ただし、以上は、 x 方向にだけ数密度(濃度)が変化している場合。

y 方向、 z 方向にも濃度変化があると

+ x 方向の物質流束 J_x [個・ m^{-2} ・ s^{-1}]

$$J_x = -D \frac{\partial c}{\partial x}$$

+ y 方向

$$J_y = -D \frac{\partial c}{\partial y}$$

+ z 方向

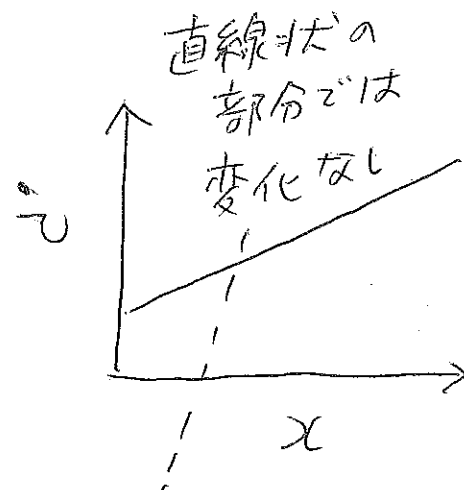
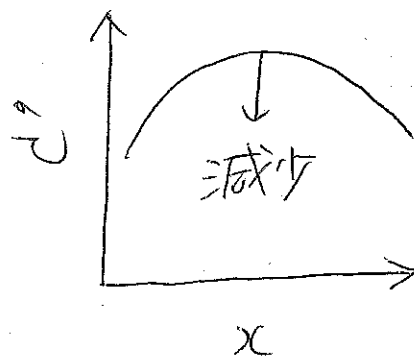
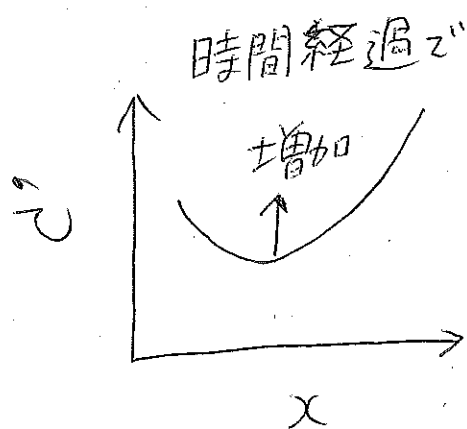
$$J_z = -D \frac{\partial c}{\partial z}$$

よって、 x 方向と同様に考えれば

$$\boxed{\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right)}$$

Fickの拡散第二法則

Fick's second law of diffusion

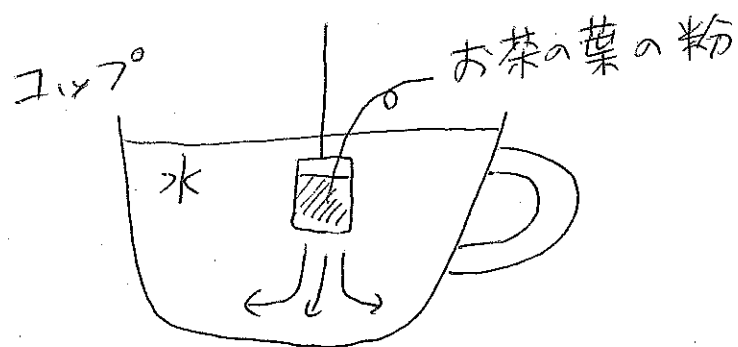


定常状態

(一定) (常に)

水の中にインクやティーバッグを落とした場合、

何故、そんなに速く広がるのか？



対流 (液: 流体の流れ) が発生