

無次元数

状態の特徴を決定する関数は、同種の物理量の比であるので、無次元である。
このような状態の特徴を決定する関数のことを無次元数と呼ぶ。

無次元数の例)

$$\begin{aligned} \text{Schmidt(シュミット)数 } Sc &= \frac{\mu}{\rho D} \\ &= \frac{\mu / \rho}{D} = \frac{\nu}{D} = \frac{\text{運動量の伝わり易さ}}{\text{分子の伝わり易さ}} \end{aligned}$$

ただし、 μ は粘度[Pa・s]、 ρ は密度[kg/m³]、
 D は拡散係数[m²/s]、 ν は動粘度[m²/s]

$$\begin{aligned} \text{Prandtl(プラントル)数 } Pr &= Cp \frac{\mu}{k} \\ &= \frac{\mu / \rho}{k / (Cp \rho)} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{運動量の伝わり易さ}}{\text{熱の伝わり易さ}} \end{aligned}$$

ただし、 Cp は比熱[J/(kg・K)]、 k は熱伝導率[J/(s・m・K)]、
 α は温度伝導率(temperature conductivity) [m²/s]

Nusselt (ヌッセルト) 数 Nu

この値については裏面を参照。

$$\text{Sherwood (シャーウッド) 数 } Sh = \frac{k_{cm} L}{D} = \frac{\text{対流なども含めた全体の物質流束}}{\text{静止流体での物質流束}}$$

ただし、 k_{cm} は、物質流束[mol/(m²・s)]の推進力(driving force)をモル濃度差とした場合の物質移動係数[m/s]、 L は代表長さ

$$\text{Grashof (グラスホフ) 数 } Gr = \frac{g \rho^2 \beta \Delta \theta L^3}{\mu^2} = \frac{\text{浮力}}{\text{粘性力}}$$

g は重力加速度[m/s²]

伝熱においては、 β は体膨張係数[1/K]、 $\Delta \theta$ は温度差[K]

拡散においては、 β は濃度に対する体膨張係数[m³/mol]、 $\Delta \theta$ は濃度差[mol/m³]

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{\text{浮力}}{\text{慣性力}}$$

$$\text{Rayleigh (レイリー数) } Gr \cdot Pr = \frac{\text{浮力による自然対流による伝熱}}{\text{静止流体の伝熱}}$$

移動現象論の analogy 再び

熱伝導率 k 、粘度 μ 、密度 ρ 、比熱 C_p 、温度 T の流体が流速 u で一様に流れている中に、直径 D_0 、温度 T_0 の球を置いたときに

球から流体への熱流量 $[J/s]$ は $hA(T_0 - T)$ と表される。（「流束」について下記※を参照）
ここで、 A は球の表面積 $[m^2]$ であり、 h を伝熱係数と呼ぶ。

このとき、次の関係が近似的に成り立つ。

$$\frac{hD_0}{k} = 2.0 + 0.60 \text{ Re}^{1/2} \text{ Pr}^{1/3} \quad (1)$$

$$\text{ただし、Re} = \frac{D_0 u \rho}{\mu}$$

$\frac{hD_0}{k}$ は Nusselt（ヌッセルト）数と呼ばれ、無次元数の一つであり、 Nu と表す。

この流体中の球に限らず、一般的には

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{h}{k/L} = \frac{\text{対流も含めた全体の伝熱}}{\text{静止流体での伝熱}}$$

と表される。

この球を構成する物質が、流体中に溶解できる場合、その物質が球から流体へ拡散（溶出）する物質流量 $[mol/s]$ は $k_{cm} A(C_0 - C)$ で表される。ただし、 C_0 は溶解している物質の球表面でのモル濃度 $[mol/m^3]$ であり、 C は溶解している物質の流体本体中でのモル濃度（球の物質が溶出する前のモル濃度）である。ここで $k_{cm} [m/s]$ を物質移動係数と呼ぶ。球から溶解している物質の流体中の拡散係数を D とすると、次の関係が近似的に成り立つ。

$$\frac{k_{cm} D_0}{D} = 2.0 + 0.60 \text{ Re}^{1/2} \text{ Sc}^{1/3} \quad (2)$$

$\frac{k_{cm} D_0}{D}$ は拡散に関する Nusselt（ヌッセルト）数と呼ばれ、無次元数の一つである。

意味は、対流も含めた全体の物質流束／静止流体での物質流束であり、この例の場合、 Sh に等しい。

このように、（１）と（２）の右辺は、 Pr を Sc で置き換えただけで、同一である。

このように、

状態の特徴を表す無次元数を置き換えると、
粘性、伝熱、拡散について、同様の式を用いることができる。

※「流束」について

授業中に「流束 (flux)」とは、「ある単位面積あたり、単位時間あたりに移動する量」と説明したが、これは移動現象論での定義である。